

Name, Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1: (30 Punkte)

Markieren Sie die von Ihnen gewählte Antwort eindeutig. Bitte beachten Sie, dass mehrere Antworten richtig sein können. Falschantworten führen nicht zu Punktabzug bei anderen Teilaufgaben.

- a) Geben Sie den asymptotischen Phasenwinkel der Frequenzgänge der folgenden Übertragungsfunktionen für $\omega \rightarrow \infty$ an!

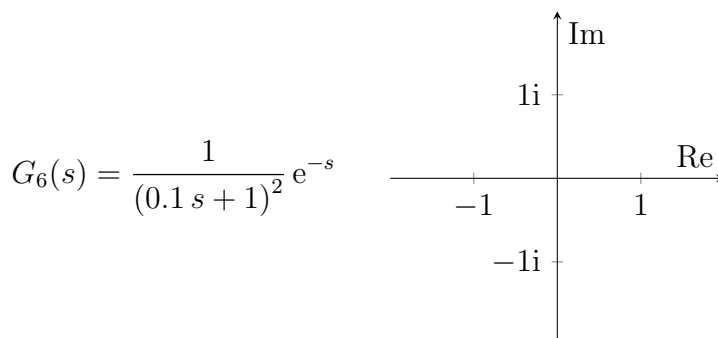
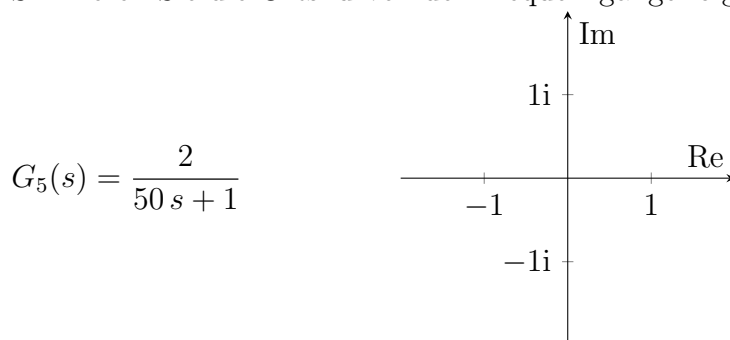
$$G_1(s) = \frac{1}{s} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_1(\omega) = \boxed{}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s(Ts + 1)} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_2(\omega) = \boxed{}$$

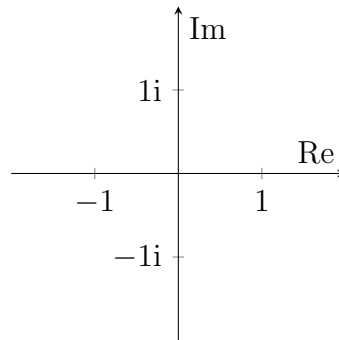
$$G_3(s) = \frac{s + 5}{(s + 2)(s + 3)} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_3(\omega) = \boxed{}$$

$$G_4(s) = \frac{-2s^2 + 3s + 1}{s^2 + 2s + 1} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi_4(\omega) = \boxed{}$$

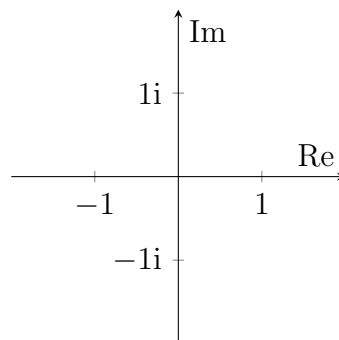
- b) Skizzieren Sie die Ortskurven der Frequenzgänge folgender Übertragungsfunktionen!



$$G_7(s) = \frac{1}{s} e^{-s}$$

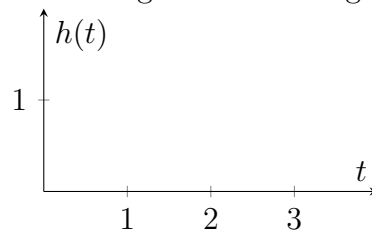


$$G_8(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

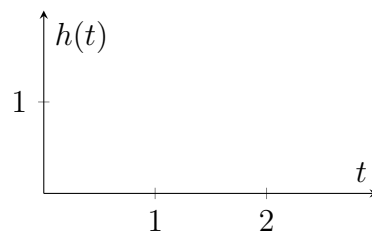


c) Skizzieren Sie die Sprungantworten folgender Übertragungsfunktionen!

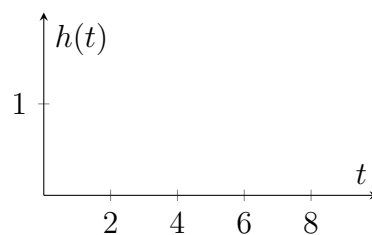
$$G_9(s) = e^{-3s}$$



$$G_{10}(s) = \frac{1}{s - 1}$$



$$G_{11}(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$



- d) Die Differentialgleichung $\dot{y} + y = u$ beschreibt ein schwingungsfähiges System.
☐ Ja
☐ Nein
- e) Man kann jede Übertragungsfunktion $G(s)$ in eine Zustandsraumdarstellung umformen.
☐ Ja
☐ Nein
- f) Die Ortskurven der Frequenzgänge von Übertragungsfunktionen enden stets im Ursprung.
☐ Ja
☐ Nein
- g) Aus einem Bode-Diagramm lässt sich eindeutig ein Nyquist-Diagramm herleiten.
☐ Ja
☐ Nein
- h) Die Eigenwerte der Systemmatrix eines linearen Systems in Zustandsraumdarstellung entsprechen den Polen der zugehörigen Übertragungsfunktion.
☐ Ja
☐ Nein
- i) Aus der Übertragungsfunktion eines linearen Systems kann man den Phasengang (bis auf ein Vielfaches von 360°) eindeutig berechnen.
☐ Ja
☐ Nein
- j) Die Systeme $G(s)$ und $\hat{G}(s) = 10 \cdot G(s)$ haben identische Phasengänge.
☐ Ja
☐ Nein
- k) Welche der folgenden Eigenschaften treffen auf das System zu, welches durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s^2+5s+3}{4s^3+s^2+s}$ beschrieben wird?
☐ kausal
☐ grenzstabil
☐ instabil
☐ asymptotisch stabil
☐ totzeitbehaftet
☐ minimalphasig
☐ Integratorverhalten

- l) Untersuchen Sie die Übertragungsfunktion des folgenden Systems 5. Ordnung auf asymptotische Stabilität!

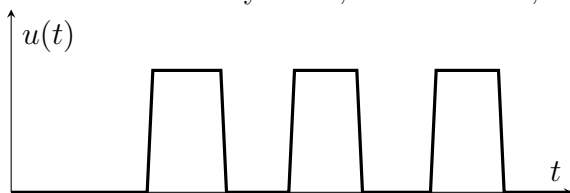
$$G(s) = \frac{1-s}{s^5 + 24s^3 + 12s^2 + 10s + 4}$$

- ☐ Sie ist asymptotisch stabil.
☐ Sie ist nicht asymptotisch stabil.

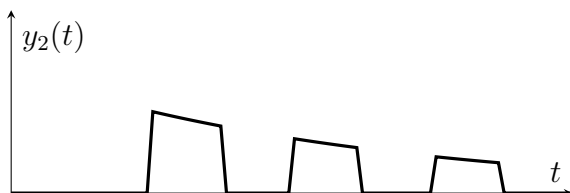
- m) Durch eine Ähnlichkeitstransformation können sich die Eigenwerte der Systemmatrix eines Systemes in Zustandsraumdarstellung ändern.

- ☐ Ja
☐ Nein

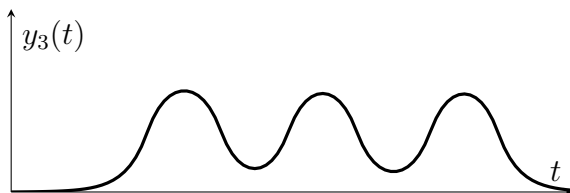
- n) Im folgenden ist eine Systemanregung $u(t)$ dargestellt, mit der verschiedene lineare System angeregt werden. Der sich ergebende Systemausgang $y_i(t)$ ist jeweils dargestellt. Entscheiden Sie für alle Systeme, ob sie kausal, zeitvariant und/oder dynamisch sind.



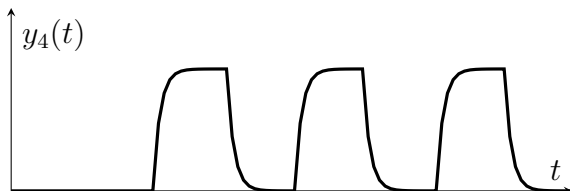
- ☐ kausal
☐ zeitvariant
☐ dynamisch



- ☐ kausal
☐ zeitvariant
☐ dynamisch



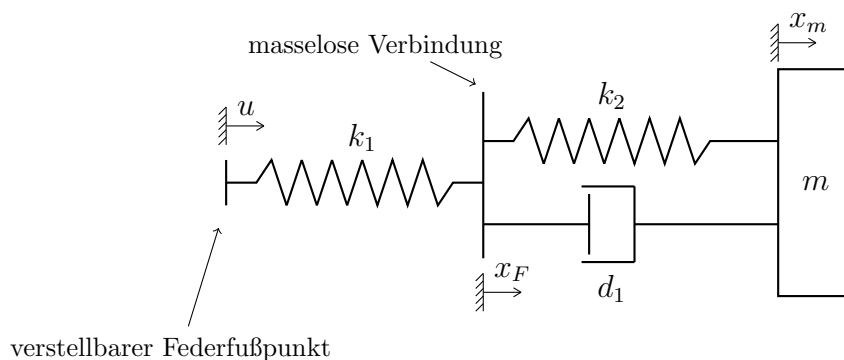
- ☐ kausal
☐ zeitvariant
☐ dynamisch



- ☐ kausal
☐ zeitvariant
☐ dynamisch

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Diese Aufgabe behandelt die Modellierung technischer Prozesse. Es soll ein mathematisches Modell für eine Aufhängung hergeleitet werden, die aus einer Masse, zwei Federn und einem Dämpfungsglied besteht. Alle Bauteile verhalten sich linear.



- Charakterisieren Sie die Stabilität dieses Systems anhand der physikalischen Anschauung!
- Von welcher Ordnung ist dieses System?
- Leiten Sie ein mathematisches Modell in Zustandsraumdarstellung her, welches die Dynamik dieses Systems beschreibt. Verwenden Sie die eingezeichneten Variablen. In der Ruhelage gilt für die Auslenkungen $x_F = x_m = 0$. Wählen Sie den Zustandsvektor als $\underline{x} = [x_m, \dot{x}_m, x_F]^\top$.

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Gegeben ist folgendes System in Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{aligned}\underline{\dot{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0, \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{x}.\end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Systemmatrix!
- b) Berechnen Sie die Transitionsmatrix e^{At} !
- c) Bestimmen Sie die Sprungantwort dieses Systems!

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Gegeben ist folgendes System in Zustandsraumdarstellung:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -300 & -200 & -100 & -k \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \underline{x}.\end{aligned}$$

- Das System liegt in einer besonderen Darstellung vor. Wie nennt man diese?
- Für welche Parameter k ist das System asymptotisch stabil?

Aufgabe 5: (5 Punkte)

Beantworten Sie zunächst zwei allgemeine Fragen:

- a) Sind alle minimalphasigen System stabil?
Wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an!
- b) Sind alle Allpass-Systeme stabil?
Wenn nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an!

Gegeben ist nun folgende nichtminimalphasige Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{s^2 - 4}{s^2 + 2s + 1}.$$

- c) Zerlegen Sie diese Funktion in ihr Phasenminimumsystem $G_M(s)$ und den zugehörigen Allpass $G_A(s)$!
- d) Welchen Amplitudengang hat der Allpassanteil $G_A(s)$?

Nun wird ein System $G^*(s)$ eingeführt, das einer Reihenschaltung eines Totzeitgliedes ($T_t = 5$) und der obigen Übertragungsfunktion $G(s)$ entspricht.

- e) Geben Sie auch für $G^*(s)$ das Phasenminimumsystem $G_M^*(s)$ und den zugehörigen Allpass $G_A^*(s)$ an!

Aufgabe 6: (15 Punkte)

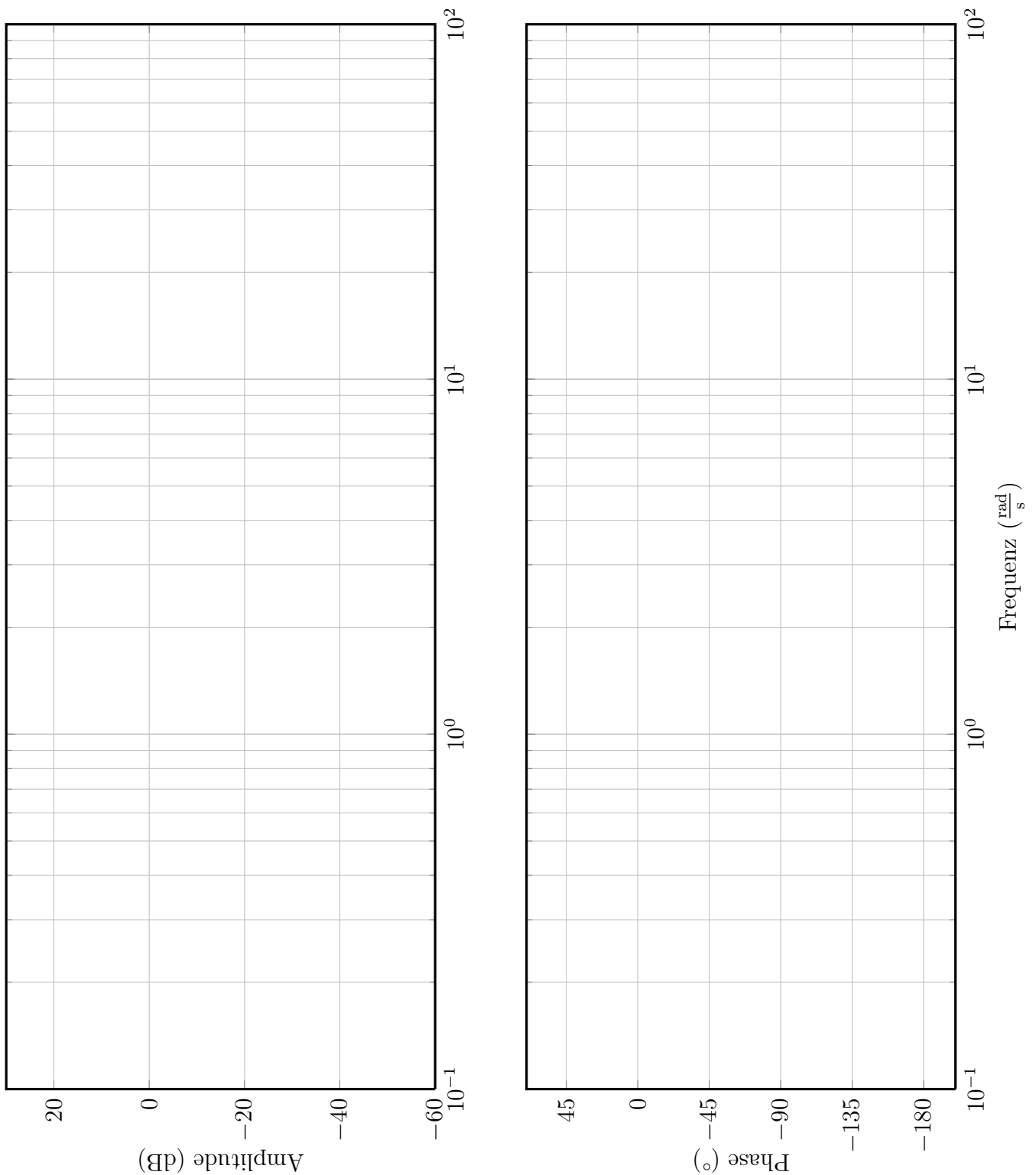
In dieser Aufgabe wird ein System untersucht, dessen Eingangs-Ausgangs-Verhalten durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\ddot{y} + \dot{y} + y = 10 u.$$

- a) Geben Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s)$ an!
- b) Charakterisieren Sie das dynamische Übertragungsverhalten qualitativ in wenigen Worten!
- c) Berechnen Sie den Amplitudengang $A(\omega)$ dieses Systems!
- d) Berechnen Sie den Phasengang $\varphi(\omega)$ dieses Systems!
- e) Wo beginnt die Ortskurve des Frequenzgangs in der komplexen Ebene und wo endet sie? Beschreiben Sie das Aussehen der Ortskurve nahe dem Endpunkt!
- f) Zeichnen Sie nun die Geradenapproximation des Amplitudengangs und die Treppenapproximation des Phasengangs! Verwenden Sie zum Zeichnen des Bodediagramms bitte einen der Vordrucke auf den nächsten Seiten.
- g) In welchen Frequenzbereichen geben die Geradenapproximationen und die Treppenapproximation die Funktionen $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$ gut und wo weniger gut wieder?

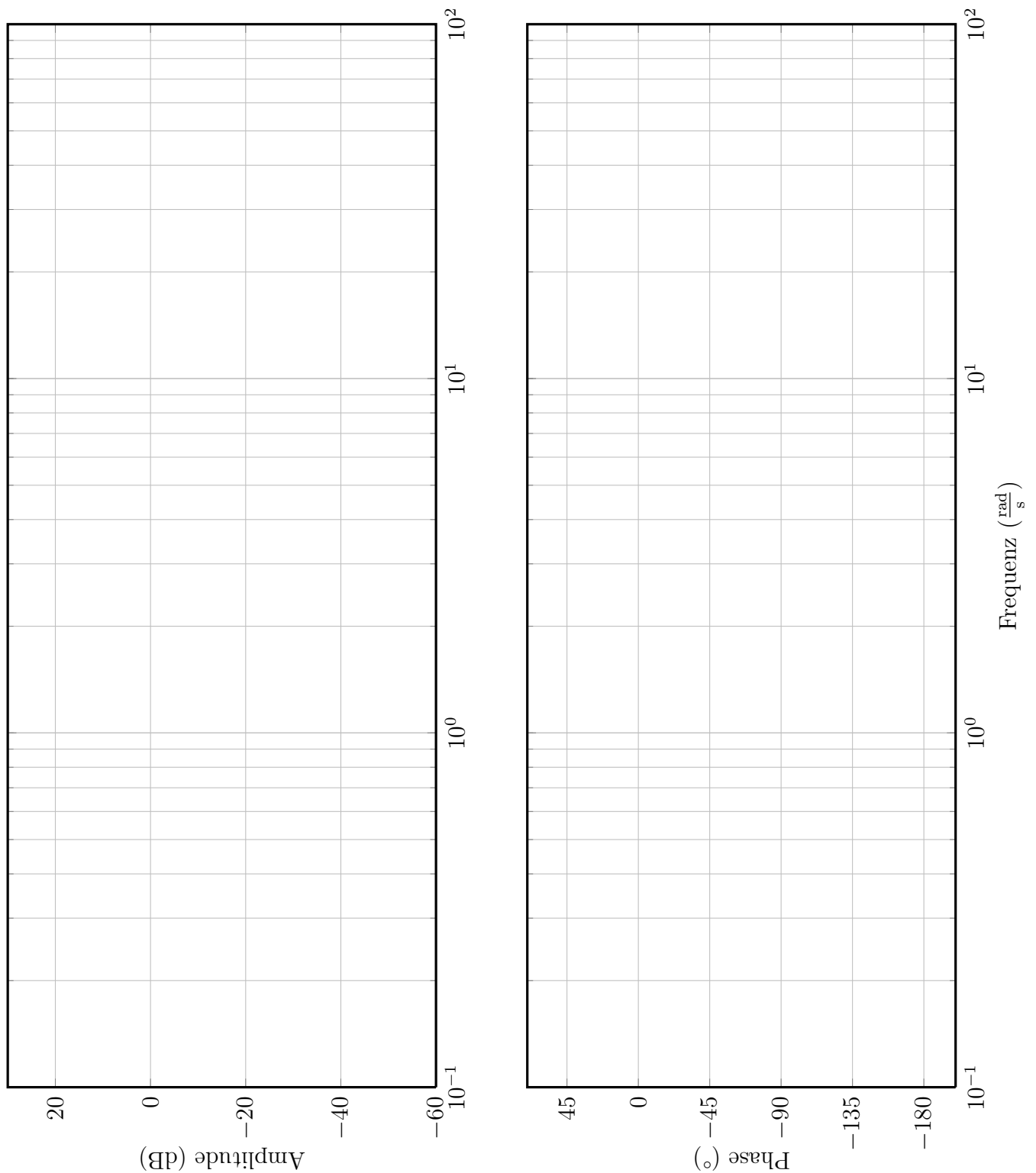
Dieses Blatt bewerten ☐

Hinweis: Sind Blätter 10 und 11 zur Bewertung markiert oder ist kein Blatt zur Bewertung markiert, wird Blatt 11 bewertet.



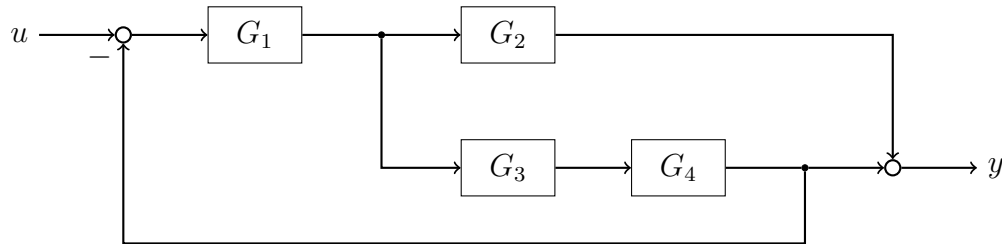
Dieses Blatt bewerten ☐

Hinweis: Sind Blätter 10 und 11 zur Bewertung markiert oder ist kein Blatt zur Bewertung markiert, wird Blatt 11 bewertet.



Aufgabe 7: (5 Punkte)

Betrachten Sie folgende Verschaltung einfacher Übertragungsglieder:



Bestimmen Sie dazu die Gesamtübertragungsfunktion!